

SUDOKU mit Vorgaben

Mit Hilfe eines Programms wurden SUDOKUS mit Vorgaben daraufhin getestet, ob sie 3-dicht sind. Alle SUDOKUS mit Vorgaben, die getestet wurden, erfüllten dies. Dazu gehören auch extrem schwierige SUDOKUS wie

ARTO INKALA:

8								
		3	6					
	7			9	2			
	5				7			
			4	5	7			
		1				3		
	1					6	8	
		8	5			1		
	9				4			

Zur Lösung wurden die folgenden 729 Elementaraussagen zugrunde gelegt

A_{ijk} : In Zeile i, Spalte j steht die Zahl k.

Aufgrund der Sudoku-Regeln erhält man 324 Klauseln wie:

$$A_{111} \vee A_{112} \vee A_{113} \vee A_{114} \vee A_{115} \vee A_{116} \vee A_{117} \vee A_{118} \vee A_{119}$$

Und für jede dieser Klauseln zusätzlich z.B. $i, j = 1 \dots 9, i \neq j$

$$\overline{A_{11i}} \vee \overline{A_{11j}}$$

Durch die Vorgaben erhält man schließlich noch Einsklauseln wie:

$$A_{118}$$

Durch die Einsklauseln können die anderen Klauseln reduziert werden und im günstigen Fall weitere Einsklauseln ermittelt werden, mit denen dann entsprechend weiter verfahren werden kann.

Bei einfachen SUDOKUS wird allein hierüber das SUDOKU gelöst. Verbleiben neben den vorgegebenen und gegebenenfalls erschlossenen Einsklauseln nur noch Zweiklauseln übrig, so lässt sich hierüber mit bekannten Verfahren das SUDOKU lösen.

Verbleiben nur noch Dreiklauseln, so kann unmittelbar ein Dreidimensionales Feld aufgestellt werden.

Im Falle, dass noch größere Klauseln nach vollständiger Auswertung aller vorgegebenen und erschlossenen Einsklauseln verbleiben, können diese unter Hinzunahme weiterer Elementaraussagen B_i in Dreiklauseln zerlegt werden:

Eine Vierklausel wird unter Hinzunahme einer neuen Elementaraussage B_1 wie folgt zerlegt:

$$A \vee B \vee C \vee D \Leftarrow (A \vee B \vee B_1) \wedge (\overline{B_1} \vee C \vee D)$$

Es soll noch angegeben werden, wie eine Fünfklausel unter Hinzunahme von zwei Elementaraussagen B_2 und B_3 zerlegt wird:

$$A \vee B \vee C \vee D \vee E \Leftarrow (A \vee B \vee B_2) \wedge (\overline{B_2} \vee C \vee B_3) \wedge (\overline{B_3} \vee D \vee E)$$

Analog können k -Klauseln unter Hinzunahme von $(k-3)$ neuen Elementaraussagen zerlegt werden. Die resultierenden Dreiklauseln können in das dreidimensionale Feld eingetragen werden.